Bruk av konkretiseringsmateriell i matematikkundervisningen



Prosjektoppgave i matematikk

HVE, avd LU – mai 2000

Stine Evensen, Ingunn Rui,
Hilde Kapelrud og Cecilie Nicolaisen

FORORD

Endelig sitter vi med det ferdige eksemplaret i hendene! Etter flere sene kvelder (og netter…) og litervis med kaffe og te har vi altså blitt ferdige. En stund trodde vi at dette øyeblikket aldri skulle komme. Bunken med bøker som burde leses var høy som et fjell, og den røde tråden var ikke så rød som vi i utgangspunktet hadde trodd. Men takket være mange snille mennesker rundt oss besteg vi toppen.

En stor og varm takk vil vi rette til veilederen vår, høgskolelektor Signe Holm Knutzon. Tusen takk for samtalene vi har hatt med deg. Spesielt den siste da du snudde ”mørke om til lys” for oss! Det hjalp utrolig mye. Øvingslærer i praksis, Jorunn Aukland må også i høyeste grad nevnes. Takk for all oppklaring av begreper, og at du tok deg tid til våre desperate telefoner. Håper det ikke ødela Skarverennet for deg!

Vi må ikke glemme alle de flotte ungene vi har møtt på Sandeåsen og Jareteigen Montessori-skole. Uten dere hadde vi ikke hatt noen å observere. Takk!

Til slutt vil vi også rette en varm takk til Cecilies familie. Takk til far for lån av bil da vi ikke orket å sykle til Jareteigen. Takk til fetter Håvard for lånet av digitalkamera og fargeprinter, og ikke minst takk til mor. At du tok hele oppvasken som hadde hopet seg opp i løpet av en uke var utrolig snilt!

Vi overlater til leseren å bedømme om vi har et produkt å være stolt av.

Tønsberg, 4. mai 2000

_____	_____
Stine Evensen	Ingunn Rui
_____	_____
Cecilie Nicolaisen	Hilde Kapelrud

INNHOLD

FORORD 1

1. INNLEDNING 3
   1.1 TEMA /BAKGRUNN FOR VALG AV TEMA 3
   1.2 PROBLEMSTILLING 4
   1.3 DEFINISJONER AV BEGREPER I PROBLEMSTILLINGEN 5
   1.4 AVGRENSNING AV PROBLEMSTILLINGEN 5

2. TEORIKAPITTEL 6
   2.1 PIAGET 6
   2.2 VYGOTSKY 7
   2.3 KONSTRUKTIVISME 9
   2.4 MATEMATIKKMATERIELLETS HISTORIE 9
   2.5 KONKRETISERINGSMATERIELL I L-97 10

3. METODEKAPITTEL 11
   3.1 LITTERATURSØKING OG BEARBEIDING AV KILDER 11
   3.2 OBSERVASJON 12
   3.3 INTERVJU 12
   3.4 VEILEDNING 13

4. EGEN UNDERSØKELSE. DATAINNSAMLING – ANALYSE AV DATA 13
   4.1 OBSERVASJON AV ELEV 13
   4.2 HVORDAN BARN BRUKER HALVKONKRETER I PROBLEMLØSNING 15
   4.3 OBSERVASJON AV ELEVER MED LØKO 17
   4.4 OBSERVASJONER PÅ JARETEIGEN MONTESSORI 18
   4.5 INTERVJU / SAMTALE MED CARLA FOSTER 20
   4.6 LITTERATURSØKEN 22

5. DRØFTINGSKAPITTEL 23
   5.1. HVORFOR BRUKE KONKRETISERINGSMATERIELL? 23
   5.2 ET KRITISK BLIKK PÅ KONKRETISERINGSMATERIELL 27

6. UTSYN – OPPSUMMERING 30

7. LITTERATURLISTE 32

ETTERORD 34

1. INNLEDNING

1.1 TEMA /BAKGRUNN FOR VALG AV TEMA

Til vårens prosjektoppgave i matematikk har vi valgt å konsentrere oss om *bruk av konkretiseringsmateriell i matematikkundervisningen* på småskoletrinnet. Som kommende lærere er vi alle interessert i hvordan barn lærer matematikk på best mulig måte. Dette første året på lærerhøgskolen har vi hørt mye om alternative undervisningsmetoder. Den tradisjonelle matematikkundervisningen[1], har nok i stor grad ført til mekaniske regneoperasjoner og løsrevet pugg uten at elevene nødvendigvis har forstått innholdet. Nå legges det mer vekt på lek, eksperimentering og egen utforsking. Kreativitet, konkretisering, forståelse og det å ta utgangspunkt i barnas erfaringsverden er viktige stikkord.

Da vi skulle velge tema for oppgaven vår, ønsket vi å skrive om noe vi kunne ha nytte av som lærere siden. Relevans til praksis var og et viktig moment. Da praksisen vår var lagt til en 3.klasse, var det naturlig å velge et tema vi kunne knytte opp i mot undervisningen på dette klassetrinnet. Vi syntes det ville være interessant å se nøyere på hvordan bruk av konkretiseringsmateriell kan være et ledd i utviklingen av matematiske begreper, abstrakt tenkning og god tallforståelse. I pensumlitteraturen dette året har det stadig blitt ”snakket varmt om” bruk av konkreter. Vi har lest om hvordan kjente psykologer og filosofer har forsket på læreprosesser, barns utvikling av kunnskap og deres virkelighetsoppfatning. Da har vi støtt på teorier som støtter opp under konkretisering av matematikkfaget, og betydningen av læring gjennom utforsking, lek og handling. L-97 er også svært tydelig på at matematikk skal være et rikt fag, og at læring skal skje på mange ulike måter.

Før praksisperioden begynte, fikk vi greie på at 3.klasse skulle jobbe med hovedsakelig multiplikasjon de fire ukene vi skulle være der. Dette ble en igangsetter for utformingen av prosjektets problemstilling.

[1] Med det mener vi ”slavisk bruk” av læreboka, samt fokus på regler og rette svar.

1.2 PROBLEMSTILLING

Aller først tenkte vi det ville være hensiktsmessig å fokusere på multiplikasjon, i og med at det var tema i praksisklassen. Vi visste også at de ville bruke pedagogiske programmer tilknyttet matematikkfaget. Av den grunn startet vi med problemstillingen: ”Hvordan kan konkretiseringsmateriell og pedagogisk programvare være en nyttig måte å gi barn begrepsmessig innsikt på? På hvilken måte kan bruk konkreter stimulere elevene i arbeidet med multiplikasjon?”. Vi så for oss at vi kunne legge opp matematikktimene på en slik måte at bruk av konkreter ble en stor og viktig del av multiplikasjonsundervisningen.

Tidlig i praksisperioden innså vi imidlertid at vi ikke stod så fritt med hensyn til planleggingen. Elevene skulle gjennom et visst antall sider i matteboka; disse var ikke bare viet til multiplikasjon. Dessuten hadde elevene allerede vært gjennom den grunnleggende presentasjonen av multiplikasjon tidligere i skoleåret, noe vi ikke hadde vært innforstått med. Flere av elevene var ferdig med mange av multiplikasjonsoppgavene og var gått videre i ekstrabøker. Vi oppdaget også at elevene her stod svært fritt i arbeids-timene[2], og innså at det ble vanskelig å få gjort noen systematisk observasjon av deres arbeid med multiplikasjon. Derfor fant vi ut at ville få mer ut av oppgaven ved å knytte bruk av konkreter opp mot den generelle tallforståelsen, og samtidig ikke bygge oppgavens innhold bare på de observasjonene vi hadde mulighet til å gjøre i praksis. Vi ble enige om å lese en del litteratur vi kunne knytte til temaet vårt, og på den måten skaffe oss mer innsikt om barns læring av matematikk, fordeler og eventuelle ulemper ved bruk av konkretiseringsmateriell.

Etter litt samtale og diskusjon innad i gruppa, kom vi fram til følgende problemstilling:

På hvilken måte kan bruk av konkretiseringsmateriell stimulere elevene i utviklingen av god tallforståelse? Kan det være en nyttig måte å gi barn begrepsmessig innsikt på? Hvorfor?

[2] Omlag fire eller fem timer hver uke var satt av til arbeid med elevenes ”jobbeark” i norsk og matte (tilsvarer ukeplan). Elevene kunne selv velge hvilke oppgaver de ønsket å gjøre først.

1.3 DEFINISJONER AV BEGREPER I PROBLEMSTILLINGEN

Med *konkretiseringsmateriell* mener vi alle matematiske hjelpemidler, forlags- og egenprodusert materiell som tjener til å gjøre matematikken konkret, og som på en eller annen måte anskueliggjør tallbegrep, mengder, volumenheter, geometriske former og figurer. Her hører både helkonkreter og halvkonkreter hjemme. Et *helkonkret* er en mengde, figur e.l. du kan ta og føle på. Et h*alvkonkret* er et bilde av en mengde, figur e.l.

God tallforståelse innebærer klare forestillinger om hvilken mengde et tall står for. Det vil i tillegg si at tallbegrepene er automatisert, slik at når eleven ser eller hører tall (auditivt eller visuelt), har han/hun klare begreper om hvilket tall det er snakk om. Har et barn tallforståelse, trenger det ikke telle på fingrene for å finne ut hvor mye f.eks fire er. I tallforståelse inngår også forståelsen av både ordinalverdier og kardinalverdier; av ordenstall og grunntall: ”Ethvert tall angir en plass i en rekke samtidig som det angir en additiv sum av tallverdier.”(Nymoen, Richter og Hofgaard Swensen, 1981, s.18)

Med *begrepsmessig innsikt* mener vi det å ha en klar forståelse av begreper knyttet til tall og mengde, masse, rom og tid. I tillegg handler det om begrepsforståelse m.h.t. matematiske regneoperasjoner. Et barn kan telle seg frem til at en mengde på tre og en mengde på fire blir syv, men det innebærer ikke at det forstår uttrykket ”tre pluss fire”. Har barnet begrepene klart for seg, vil det med en gang forstå operasjonen som ligger bak uttrykket, og resonnere seg frem til svaret. Begrepsmessig innsikt går også ut på å ha et konkret begrep om tallmessig samsvar/korrespondanse. Vi har ”én til én korrespondanse” - ett egg til ett eggeglass – og ”en til mange korrespondanse” – én buss til flere passasjerer.

1.4 AVGRENSNING AV PROBLEMSTILLINGEN

Vi vil presisere at konkretiseringsmateriell ikke er det samme som pedagogiske hjelpemidler. Konkretiseringsmateriell, slik vi har definert det, kan være et eksempel på pedagogiske hjelpemidler, men ikke alle pedagogiske hjelpemidler er konkretiseringsmateriell. F.eks. anser vi ikke Løko som et konkretiseringsmateriell, fordi det ikke anskueliggjør en mengde. Slik vi har definert konkretiseringsmateriell, vil egentlig pedagogiske dataprogrammer komme inn under definisjonen vår. Opprinnelig hadde vi tenkt til å ta for oss bruk av slike, bl.a. som et resultat av hva vi observerte i praksis. Etter hvert fant vi imidlertid ut at vi hadde mer enn nok å ta fatt på m.h.t annet konkretiseringsmateriell. I denne oppgaven har vi bevisst valgt å ikke

redegjøre for pedagogiske programmer. Vi ser at det er en prosjektoppgave i seg selv hvis man skulle gjort det på en tilfredsstillende måte.

2. TEORIKAPITTEL

I dette kapitlet ønsker vi å gjøre rede for hva som er det teoretiske grunnlaget for oppgaven.

2.1 PIAGET

Å skrive en oppgave som kommer inn på barns intellektuelle utvikling uten å ta for seg filosofen og psykologen Piaget (1896-1980), ville være å utelate en viktig brikke. Han er en av de grunnleggende teoretikerne innen de kognitive orienterte forskerne[3]. Hans teori er best kjent som en teori om intellektuell utvikling; hvordan barnets tenkning endrer karakter fra fødsel til voksen alder. Han festet seg ved at vi erfarer den ytre verden gjennom handling og utforskning. Konkrete erfaringer og handlinger er av sentral betydning siden utvikling er en konstruktiv prosess som er avhengig av barns aktivitet.

Menneskets utvikling er i flg. Piaget preget av et vekselspill mellom de to prosessene assimilasjon[4] og akkomodasjon[5], som igjen fører til adapsjon (tilpasning) og dermed intellektuell vekst. Disse prosessene "betinger hverandre og utgjør en enhet, adapsjonsprosessen" (Fauskanger 1998), og vekslingen mellom dem er grunnleggende for utvikling og læring. Manglende kognitiv balanse skaper motivasjon for videre tilpasning, og

[3] Psykologisk retning som er "opptatt av tilpasningen mellom mennesket og miljøet, og særlig i forhold til menneskets evne til å tenke og løse problemer" (Lillemyr 1990, s.46). Hevder "at mennesket er et aktivt vesen som tolker og vurderer den ytre verden på selvstendig basis" (Imsen 1998, s.289)

[4] Når barnet fortolker situasjonen ut fra egen erfaringsbakgrunn og viten. Det velger selv ut sider med miljøet som er i samsvar med dets kognitive struktur. Barnet er selv referanse for tilpasningen.

[5] Når barnet får en ny erfaring og prøver seg frem ved å endre/omforme sin kognitive struktur, slik at det bedre kan tilpasse seg krav og utfordringer i miljøet. De nye erfaringene må samordnes med tidligere erfaringer, og miljøet og omgivelsene er referanse for tilpasningen.

er en drivkraft til utvikling (ibid). Aktivitet er forbundet med assimilasjon- og akkomodasjonsprosessen, og er et grunnlag for kunnskap. Barnet former sitt bilde av omverdenen gjennom handling i forhold til omgivelsene. Piaget forutsetter at barnets nysgjerrighet fører til at det er aktivt og assimilerer den fysiske og sosiale verden rundt seg (Fauskanger 1998). I aktivitetspedagogisk ånd vil Piagets tilpasse skolen til barnet; gjøre bruk av barnets essensielle aktivitet. I flg. Piaget burde klasserommet være et sted som er fullt av materiell som elevene kan boltre seg i. Han mener at barnets intelligens er begrenset på hvert enkelt stadium. Utviklingen forløper fra det fysiske og motoriske til det indre og symbolske. Menneskets kognitive utvikling skjer i trinn, og hvert trinn har sine særpreg. Overgangen til et stadium til det neste skjer gradvis:

1) Den sensori-motoriske perioden (ca.0-2 år): Sansninger og handlinger danner grunnlaget for læring. Atferdsmønstre som å gripe, putte, bite, krabbe, smake osv utvikles.

2) Den preoperasjonelle perioden (ca 2-7 år): Konkrete tankeoperasjoner forberedes. Handlingene er flyttet til det mentale planet. Barn lærer å snakke i denne perioden, men meningen i språket læres ved handling og aktivitet. Tenkningen er ennå ikke operasjonell. De aksepterte begrepene mangler generalitet. Barnet manglerr konservering av antall, lengde, avstand, volum.

3) Den konkret operasjonelle perioden (ca 7-11 år): Tenkningen blir operasjonell og reversibel. Logiske resonnementer utføres, men da med utgangspunkt i konkret materiell, eller kun for spesielle situasjoner. I denne perioden blir også barnet mer opptatt av hvordan ting henger sammen.

4) Den formal operasjonelle perioden (fra ca 11 år): Evnen til resonnement ut fra hypoteser utvikles. Hvis så-resonnementer kan gjennomføres, logiske operasjoner kan utføres uten konkret materiell.

2.2 VYGOTSKY

Den miljøorienterte teoretikeren Vygotsky mente at mennesket tilegner seg virkeligheten gjennom ulike former for virksomhet. Språket er også en viktig faktor, ikke minst i læringen av matematikk (Breiteig og Venheim 1998). I undervisningssammenheng er det nødvendig å

være klar over språkets rolle. Vygotsky (1896-1934) forsket mye på språk i vid forstand (skriftlig og muntlig). Mye kan sies om hans forskning, men i denne oppgaven har vi konsentrert oss om den delen som vi kan knytte til aktivitet med konkretiseringsmateriell. Dette er ikke en fullstendig gjengivelse av hans teorier.

Som materialist og dialektiker ser Vygotsky på mennesket som *virksomt*, et vesen i stadig aktivitet. Menneskene beskrives best ved å beskrive deres virksomheter. Disse observasjonene la grunnlaget for en *virksomhetsteori*[6]. Redskap er et sentralt begrep i denne teorien. Med redskap mener vi alt vi tar i bruk for å løse et problem, enten det er konkreter eller språk. ”Når språket er et naturlig uttrykk for våre tanker, slik at vi ikke trenger å ’oversette’ for oss selv, kan det bli et redskap for å lære, i en sosial sammenheng” (op.sit.s.46). Det eleven finner ut selv, forstår og kan formulere, er dyp og verdifull kunnskap, nettopp fordi matematikkfaget har så mange abstrakte begreper (ibid).

I flg. Mellin-Olsen gjelder den ene av grunnsteinene i Vygotskys teorier forholdet mellom kunnskaper og virksomhet: ”Kunnskapene gjør virksomheten mulig. Virksomheten gjør kunnskapen mulig”. (Mellin-Olsen 1989, s. 21) Den andre grunnsteinen gjelder forholdet mellom språk og kunnskaper: ”Språket skaper kunnskaper. Et begrep kan ikke skilles fra sitt språklige uttrykk” (ibid) Den siste grunnsteinen er at barnet i sin utvikling internaliserer ordene det hører rundt seg og som det begynner å bruke. Slik blir de til tankeredskaper, noe som innebærer at ”barnets praktiske handlinger smelter sammen med språkbruken” (Fauskanger 1998).

Vygotsky har også klare tanker knyttet til lek som en rolle i kognitiv utvikling. Han betrakter lek som den ledende aktivitet sett i forhold til barnets utvikling. Gjennom leken blir barnet mer og mer bevisst sine egne handlinger og motiver, og dermed blir også deres språk, målrettethet og matematiske forståelse utviklet (Fauskanger 1998). Det man ikke kan oppnå i realiteten , kan oppnås i lek. ”Jobber en ikke i banken, og dermed ikke får anledning til å veksle penger (…), får en leke at en arbeider der” (op.sit.s.35). Nettopp med tanke på at aktivitet med konkretiseringsmateriell kan oppfattes som lek, er dette interessante aspekter.

[6] Vygotskys virksomhetsteori: Teori som går kort ut på at virksomhetene er målrettet. De beskrives gjennom mål som settes. Kunnskapene og kunnskapsutviklingen kan bare forståes når en skjønner hva menneskene holder på med.

2.3 KONSTRUKTIVISME

Barns erkjennelsesverden inneholder omfattende opplevelser og kunnskaper om fenomener av matematisk natur (Breiteig et.al 1998). Svært få klarer vel og merke å uttrykke dette ved hjelp at et matematisk språk, men her kommer skolen inn og kan bidra og tilrettelegge. Det konstruktivistiske læresyn vil si at denne kunnskapen er helt nødvendig for at barnet senere skal kunne tilegne seg kunnskap på skolen. Konstruktivismen mener at mennesket lærer ut i fra tidligere ervervet kunnskap det har. Vi tolker altså på bakgrunn det vi allerede har lært. Menneskene velger selv ut stimuleringer og tolker og tilpasser det sitt tankesett og system. ”Læring er et resultat av hva mennesket gjør med stimuleringen, og ikke et resultat av hva stimuleringen gjør med mennesket” (Imsen 1998, s.36). Dette resulterer i en vekselvirkning som gjør at kunnskapen stadig forandres og utvikles. Konstruktivismens grunnleggende syn er at kunnskap skapes, den oppdages ikke (Breiteig et.al.1998).
Vi skiller vanligvis mellom to former for konstruktivisme:

1. Kognitiv konstruktivisme: denne finner vi f.eks hos Piaget. Her vektlegges hva som skjer i personens indre under læring. Læring er noe som skjer mellom enkelt-individet og omverdenen. Selve læringen skjer ”i hodet” til den som lærer (Imsen 1998)
2. Sosial konstruktivisme: denne bygger bl.a. på synspunkter hos Vygotsky. I den sosiale konstruktivismen rettes det søkelys mot ”…at kunnskap er noe som skapes sosialt, ikke enkeltvis. Det skjer først og fremst ved at språket bidrar til å forme våre måter å forstå verden på” (op.sit.s.36) Læring er her primært et sosialt anliggende (ibid).

2.4 MATEMATIKKMATERIELLETS HISTORIE

I begynnelsen var betegnelsen på matematikkmateriell ”anskuelsesmidler”. Hensikten med materiellet var å anskueliggjøre og demonstrere tallbegrepet, prinsippet med plassverdier, enkel regning i de fire regneartene og brøkbegrepet (Herbjørnsen 1998). I 1901 laget tyskeren Conrad Schrøder en oversikt over 212 forskjellige anskuelsesmidler for innføring i elementær matematikk. Bare 26 av disse var beregnet på elevene, resten til klasseromsdemonstrasjon.

Det eldste tallmateriellet er laget etter omtrent det samme prinsippet som vi har i dag. De brukte kulerammer, terninger, staver, tallbilder og lignende. Senere kom også materiell for geometri og problemløsende aktiviteter. Slikt materiell ble stadig utviklet og fikk ulik utforming: Enere og tiere, kulerammer, geometriske grunnformer, logiske brikker, bilder og kort til begrepstenkning, kort- og terningsspill, regnelotto, Memoryspill, skålvekter og balansevekter. ”Materiellet skulle være et hjelpemiddel for å komme bort fra den strengt

formaliserte matematikken i småskolen" (op.sit.134). Det skulle være et alternativ til tallskriving og papirregning fra første skoledag.

Felles for bruken av konkretiseringsmateriell de første årene, var en sterk styring av bruken fra lærerens side og tro på en fasttømret metodikk (ibid). Det var lite vanlig at elevene aktivt fikk ta materiellet i bruk. Det var som oftest læreren som konkretiserte og elevene som så på. Å anvende materiell som illustrasjon eller forbilde har holdt seg helt til i dag. Men mer og mer materiell har blitt til for egenaktivitet.

På 1970-tallet ble mye nytt materiell utviklet, men en del av det slo aldri helt gjennom. Dels fordi det ikke vant frem i rekken av nye utforminger, men også mye på grunn av bruken. Det var fortsatt en tendens i skolen til at læreren konkretiserte og elevene så på. Først under innføringen av moderne matematikk, på 70- og 80-tallet fikk materiell navnet *konkretiserings-materiell*. Materiellet ble tatt i bruk i skolen for alvor. Piagets teori om at konkrete erfaringer nærmest er en forutsetning for teoretisk forståelse, kombinert med effektiv markedsføring fra verdens læremiddelprodusenter gjorde sitt til at konkreter ble så populært. Mange regneverk på 70- og 80-tallet hadde egne terninger, brikker og kort med på kjøpet.

2.5 KONKRETISERINGSMATERIELL I L-97

Med den nye læreplanen L-97, var det mange forandringer som ble innført i den norske skole. En av de var sterkere vektlegging av konkret og praktisk rettet arbeid i matematikkfaget. Planen i matematikk forutsetter at faget skal være et rikt fag, der læring skal skje på mange ulike måter. Bruk av konkretiseringsmateriell er nyttig på alle trinn, men kanskje først og fremst småskoletrinnet. Eks. fra 1.klasse: *"Elevene skal vinne erfaring med å sortere gjenstander etter egenskaper som størrelse, form, tyngde og farge. Få håndtere et bredt utvalg av gjenstander som grunnlag for å oppdage og sette ord på forskjeller og likheter" og "Arbeide med gjenstander og menger som grunnlag for antallsoppfatning"* (L-97, s.159)
Vi finner også eksempler på de andre trinnene, her representert ved 2. og 3. klasse: *"Elevene skal oppdage forskjeller og likheter ved å sortere og klassifisere gjenstander etter egenskaper*"(ibid) og *"Samtale om, vurdere og løse oppgaver som kjøp og salg før og nå, f eks lage og leke butikk*" (op.sit.s.160)

Et annet viktig punkt er tilpasset opplæring. Alle barn har rett på undervisning som ikke er vanskelig for dem, samtidig som alle skal få en utfordring. Det bør ikke være en motsetning mellom disse punktene. Konkretiseringsmateriell kan være til stor hjelp i tilpasset opplæring. Unger med liten tallforståelse kan ha bruk for å få matematikken konkretisert, og konkretiseringsmateriell kan være et nyttig hjelpemiddel (viser til Daniel).

3. METODEKAPITTEL

I dette kapitlet ønsker vi å presentere de metoder vi har brukt for å finne svar på spørsmålene i problemstillingen. Under skrivingen av oppgaven har vi på gruppa hele tiden drøftet og diskutert datamaterialet vi har måttet ta stilling til.

3.1 LITTERATURSØKING OG BEARBEIDING AV KILDER

Prosjektet er i stor grad basert på teoretiske kilder. I og med at vi skriver om læring av matematikk gjennom bruk av konkretiseringsmateriell i undervisningen, blir læringsteori og matematikkdidaktisk teori også viktig. Det har vært nødvendig å bruke utdypende litteratur for å skaffe oss grunnleggende innsikt i temaet. Dette valget har vært bevisst, også fordi vi følte observasjonene alene ikke gav svar på spørsmålene i problemstillingen. Bøker, artikler og sider på internett har hjulpet oss både som en innføring i temaet, samt som en vei til dypere forståelse og innsikt. Kap.2 viser det teoretiske grunnlaget vårt, kap. 4 og 5 (drøftingsdelen) tar for seg andre resultater av vår litteratursøken. Vi vil ellers henvise til litteraturlisten bakerst i oppgaven.

3.2 OBSERVASJON

I pedagogisk sammenheng bruker vi å definere observasjon som *oppmerksom iakttagelse* (Fauskanger 1995). Vi valgte å bruke observasjon i vårt prosjektarbeid for å få et inntrykk av hvordan barna arbeider med konkreter. Vi observerte både enkeltelever og mindre grupper. I flg. Fauskanger skiller en forfatter som heter K. Halvorsen mellom *strukturert* og *ustrukturert* observasjon., sistnevnte kategori også betegnet som tilfeldig eller uformell observasjon (ibid). Selv om vi hadde en del forkunnskaper om konkretiseringsmateriell , vil vi betrakte observasjonene vi gjorde av elever på småskoletrinnet som ustrukturerte. Vi visste ikke nøyaktig hva vi skulle se etter, og noterte ned det vi la merke til, som vi anså som vesentlig. Observasjoner kan videre være *deltakende* eller *ikke-deltakende* (ibid*)*. Våre har i stor grad vært av deltakende karakter, fordi vi underveis i observasjonen har stilt spørsmål, og dermed påvirket utfallet.

Vi vil likevel poengtere, slik vi kom inn på i begrunnelsen av problemstillingen (1.2), at vår oppgave ikke alene bygger på observasjonene gjort i praksis. Til det føler vi at vi har for lite konkret å bygge på. Vi har derfor supplert med observasjoner fra et besøk på Jareteigen Montessoriskole. Vi henviser til resultatet av de ulike observasjonene i kapittel 4.

3.3 INTERVJU

Selv om vi ikke har viet intervju som metode en stor del av oppgaven, har vi brukt denne metoden i samtale med elever og lærer (C. Foster) på Jareteigen Montessoriskole og øvingslærer på Sandeåsen skole (J. Aukland). En av samtalene med veileder (S.H. Knutzon) har også båret preg av intervju. Det kjennetegnes ved at ”en person, intervjueren, stiller spørsmål til en annen person, intervjupersonen, som svarer på spørsmålene. Disse er formulert muntlig”(Løkken og Søbstad 1995, s. 96). Det finnes mange ulike typer intervjuer. En inndeling av kvalitative intervjuer gjort av M.Q. Patton, skiller mellom uformell samtale, intervjuguide, og strukturerte spørsmål med åpne svar (Løkken et.al.,1995). Vi har konsentrert oss om de to første. Uformell samtale, som bærer preg av fri samtale eller spontan dialog, ble brukt da vi snakket med elever på Jareteigen og øvingslærer på Sandeåsen. Slik fikk vi bredde og dybde i interesseområdet vårt. Intervjuguide handler mer om å stille spørsmål ut fra en liste en har uttenkt på forhånd (ibid), men samtidig kunne endre spørsmålsrekkefølgen, stilt oppfølgingsspørsmål m.m. Intervjuet med C. Foster var f.eks. av en slik karakter.

3.4 VEILEDNING

Både før og underveis i oppgaven trengte vi veiledning. Her var både høgskolelektor, S. H. Knutzon, og øvingslærer, Jorunn Aukland, til god hjelp. I oppgaven gir vi ingen referater fra disse samtalene. De danner mer en ramme for måten vi har behandlet temaet på. Vi har både fått veiledning i forhold til problemstillingen vår, og forståelse av ulike begreper.

4. EGEN UNDERSØKELSE. DATAINNSAMLING – ANALYSE AV DATA

4.1 OBSERVASJON AV ELEV

I praksisklassen vi var i, var det en gutt med antatt generelle matematikkvansker; Daniel[7]. Han var fortsatt under utredning og hadde derfor ingen fastsatt diagnose. Vi fikk vite at han hadde svært liten tallforståelse. Han slet med å se sammenhenger mellom tallet og hvilken mengde det stod for. Også tallene 0-10 brukte han tid på å finne ut av.

En av studentene ble oppfordret til å jobbe litt med Daniels tallforståelse, og ta i bruk en liten kiste med ca 500 knapper i alle fasonger, farger og størrelser. Fagfolkene som sto for utredningen mente at han ville automatisere tallbegrepene hvis han så sammenhengene i konkreter, i tillegg til at han kunne ta og føle på den konkrete mengden. Oppgavene gikk ut på å be Daniel så raskt han kunne ta opp et antall knapper mellom 1 og 20. Etter en stund gjentok studenten oppgaven, men da skulle knappene også ha samme farge, størrelse, mønster etc. Dette ble gjort for å utvikle sorteringsevnen.

For å øve på å se mengder og skrive tallene, skulle han plukke opp det antall knapper studenten ba. Denne gangen ble det laget addisjons- og subtraksjonsstykker ut av det. Han fikk i oppgave å skrive regnstykket, for så å si det høyt. Eks: ”Daniel, kan du ta opp tre pluss fem knapper?” Daniel ville nå snu på opplegget, slik at *han* ga studenten en oppgave. For at

[7] Vi opererer ikke med hans virkelige navn.

han også skulle få utbytte av det, passet studenten på å plukke opp 1-5 knapper ekstra. Eks: ”Nå har jeg plukket opp de åtte du sa, men hvor mange har jeg hvis jeg plukker opp tre til?”

Daniel viste fra første stund stor interesse for knappene. Han lot seg stadig fascinere av nye som han fant. Oppgavene han fikk, løste han på en tilfredsstillende måte. Han brukte til tider lang tid, men kom stort sett frem til det rette svaret på de oppgavene det krevdes. Da Daniel ga oppgaver til studenten, var det interessant å se hvordan han prøvde å gå inn i lærerrollen, og ga oppgaver om hvor mange knapper som skulle plukkes opp. Da studentene stilte han spørsmål tilbake, svarte han villig på disse. Det ble en god dialog. Derimot viste det seg at Daniel ikke var like samarbeidsvillig på de oppgavene han ikke forstod. Dette gikk spesielt på oppgavene hvor Daniel skulle plukke opp to mengder, legge de sammen, skrive regnestykket og si det høyt. Han slet med å skjønne hvor mange knapper han skulle ta opp, og i hvor store mengder de skulle ligge. Interessen dabbet av. Han ble ukonsentrert, og han kunne ikke skjønne hvorfor han ikke kunne ”leke med knappene sånn som i stad”. Oppgavetypene han da siktet til var ”plukk opp åtte knapper så raskt du kan”. Det var tydelig han så på de første oppgavene mer som en lek.

For å unngå de vanskelige oppgavene, begynte han å prate andre ting. Dette kom han ingen vei med, så han begynte å leke med knappene. Han forklarte at det var krig; på den ene siden var det en dronning som ledet, og på den andre siden en konge. Mellom dem var det mange krigere, kanoner, tangser og skip. “Dronninglaget” vant krigen. Metallknappene, som var vinnerne, var ”de fineste”. Det var helt umulig å få Daniel til å gjøre oppgavene studenten ønsket etter dette. Fikk han spørsmål, svarte han med å fortelle hvordan det gikk i krigsforløpet hans - engasjert og med innlevelse.

Det kan være mange grunner til at Daniel reagerte som han gjorde da han fikk litt vanskeligere oppgaver. Vi ønsker å fokusere på en vi tror kan være aktuell. Som vi skrev tidligere, har Daniel antatte matematikkvansker. Vi ble fortalt at han ikke hadde hatt et godt forhold til skolen, men at dette absolutt var blitt bedre det siste året. Allikevel ble det ofte vanskelig for han når han kom i situasjoner hvor han følte liten mestring. Ordet ”pluss” er noe Daniel ganske sikkert forbinder med skole og matematikk, og dette ordet kan være nok til at det hele blir svært komplisert. Daniel og studenten hadde en ”god tone” helt frem til oppgavene med pluss og minus kom. Ut ifra slik vi ble kjent med Daniel, og det vi har fått med oss om matematikkvansker, forstår vi det slik at så lenge Daniel holdt på med oppgaver

han behersket, og hvor det ble brukt et enkelt ”ikke-matematisk” språk, var det greit å jobbe med konkreter. Men i det øyeblikket matematikkspråket ble innført (”pluss” og ”minus”) låste de gode følelsene seg. Matematikken hindret altså Daniel til å bruke konkretene for å forstå.

Å lære at tallordene står for noe eksakt, er viktig for barn. Det er ønskelig at barn utvikler et metaspråk, at de skal få metakunnskap[8] om tegns symbolfunksjon. (Høines 1998). Dette er helt avgjørende for at barna senere skal komme seg videre og utvikle sin matematiske forståelse. For elever som Daniel kan det være vanskelig å følge medelevenes utvikling. Han mangler fortsatt elementær metakunnskap, og trenger ekstra oppfølging for å oppnå det. Vi fikk veldig god erfaring med å bruke konkretiseringsmateriell i Daniels situasjoen. Hans iver og glede i utføring av flere av oppgaver var inspirerende å se. Det var tydelig at knappene var motiverende i forhold til et emne han ellers oppfattet som vanskelig . L-97 vektlegger sterkt hvor viktig det er med læring gjennom lek, og det fikk vi så absolutt bevist her. Det virket som om Daniel i begynnelsen trodde det *var* en lek. Han ga stadig uttrykk for at det var moro, og at han aldri hadde sett så mange knapper før.

I Daniels tilfelle tror vi bruk av konkretiseringsmateriell er nyttig. På den ene siden syntes eleven selv det var en artig arbeidsform. I tillegg ble det i dette tilfellet brukt konkrete oppgaver som eleven trengte å jobbe bevisst med. D.v.s at både studenten og eleven på forhånd visste hva konkretene stod for og hva de skulle brukes til. På den andre siden oppdaget vi et aspekt ved konkretiseringsmateriell vi ikke var helt bevisste på fra før. Da Daniel ikke mestret oppgavene og i tillegg ikke syntes det var morsomt å jobbe med denne type oppgaver lenger, ga han opp. Han nektet å jobbe mer, og begynte heller å manipulere konkretene slik at han ga de egne ”roller”. Dette kom sannsynligvis ikke av at han ikke ville, det er større grunn til å tro at det grunnet i Daniels matematikkvansker. Det er derfor viktig å ta med i betraktning at eleven ikke bare må være positivt innstilt til konkretiseringsmateriell. Eleven må også ha oppgavetyper som kan mestres, og som oppfattes som nyttige og spennende å gjøre. Om ikke annet kan kanskje konkretiseringsmateriell da være et lite skritt på den matematiske veien.

4.2 HVORDAN BARN BRUKER HALVKONKRETER I PROBLEMLØSNING

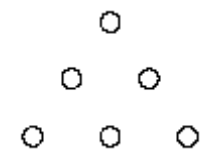
I praksisperioden ga vi elevene noen problemløsningsoppgaver som de skulle løse uten hjelp

[8] Metakunnskap: kunnskap om kunnskap. At barna har innsikt i hva de kan om symbolbruk.

fra lærer, studenter eller kalkulator. Jorunn Aukland fortalte oss at hun tror barn løser problemer ved å helt naturlig bruke konkreter. Vi ønsket å se om de automatisk brukte halvkonkreter for å løse problemet, og hvordan resultatet ble. Første oppgave kalte vi ”En liten nøtt”: *”Dere er 23 barn i klassen. Hvis alle tar med seg 12 kroner på skolen, hvor mange penger har dere da til sammen?”* Elevene fikk en uke på oppgaven. Vi opererte bevisst med mye høyere tall enn 8-åringene hadde forutsetning for å regne ut. De fleste resultatene ble nesten som forventet; tegninger av varierende form. Enkelte elever brukte også tall. Få i klassen var i stand til å multiplisere tallene ut i direkte form, altså ved hjelp av algoritmer. Gjengangeren blant løsningene var en tegning av en tikrone og to en-kroner per elev, pent gruppert i 23-mengder. (Se vedlegg 1). For å finne svaret telte de så hver eneste mynt, og kom frem til 276. En annen variant var å skrive 12 tjuetre ganger. Vi er usikre på nøyaktig hvordan de kom frem til sluttsvaret, om de telte sammen eller adderte (se vedlegg 2). Andre igjen tegnet alle tierne, men fant det unødvendig å tegne hver eneste en-krone, dem kunne de lett telle sammen.

Flere av de sterkeste elevene gjorde en utregning ved å dele opp problemet i flere små utregninger. De innså at tallene ble for uoverkommelige slik de sto, men problemet kunne løses ved å regne litt av gangen. Dessuten hadde de lært 10-gangen, noe som var nyttig kunnskap i denne oppgaven. Først ganget de 23 x 10 = 230. Da var alle tierne regnet sammen. Nå manglet de 2 kroner for hver av dem. Enkelte fant ut at dette var det samme som 23 + 23 = 46. Deretter var problemet løst ved å legge sammen 230 + 46 = 276. For vårt prosjekt var ikke disse besvarelsene like nyttige, men det var likevel interessant å se hvordan elevene klarte å ta i bruk det de hadde lært til å løse en vanskelig oppgave, om de så brukte tegninger eller utregninger. (se vedlegg 3) Dette kan kanskje også påvise tanken om at barn som har opparbeidet seg tallforståelse ikke lenger er så avhengig av konkreter. Det kan se ut til at behovet for konkreter gradvis gir slipp ettersom elevene opparbeider seg sikrere tallforståelse og blir tryggere på utregningsmetodene.

Den neste problemoppgaven var formulert som en tegning med påfølgende tekst:
”Trollfar har sittet å tenkt i hundre år på hvordan han kan snu trekanten på hodet ved å flytte bare to steiner. Kan du hjelpe han?”



Med denne oppgaven fikk vi erfare hvordan elevene helt på eget initiativ

tok i bruk konkrete hjelpemidler for å finne løsningen. Det var interessant at flere av elevene la opp blyanter og viskelær på pulten og deretter prøvde seg frem med ulike måter for løse problemet . Da noen av elevene hadde funnet denne lure arbeidsmetoden, kom andre til og kopierte med sine egne blyanter og fargestifter, noen tegnet på tavla, andre igjen valgte å tegne på ark. Læreren deres, Jorunn Aukland, har en teori om at hvis elevene trenger konkreter for å løse et problem, så tar de det i bruk, enten i form av blyanter eller ved å telle på fingrene. I dette tilfellet slo teorien hennes rett. Vi fikk bevis for at konkreter kan være et nyttig hjelpemiddel for barn i arbeidet med å løse vanskelige oppgaver. Vi så også hvordan elevene lettere satte seg inn i problemet når de hadde skaffet seg noe konkret å jobbe med. Det var også atskillig lettere å prøve og feile med konkreter på pulten fordi det ikke krevde så mye anstrengelser å flytte konkretene tilbake til utgangsposisjonen om forsøket ikke lyktes med det samme. Dette økte inspirasjonen og engasjementet hos de små, og vi registrerte en stadig økende iver etter å finne løsningen. Det var gledelig å se at mange av elevene plutselig så løsningen, og hvilken triumf det så ut til å være for dem. Oppgaven som i utgangspunktet ble opplevd som frustrerende og umulig, ble med håndfaste hjelpemidler en spennende utfordring for de aller fleste i klassen.

4.3 OBSERVASJON AV ELEVER MED LØKO

Multiplikasjon var, som vi tidligere har skrevet, et emne i matematikk hos vår praksisklasse. En av oppgavene elevene skulle utføre, var en halvkonkretiseringsoppgave som skolen selv hadde laget til et Løkospill. Det er ikke Løko som arbeidsmetode vi ønsker å fokusere på her, men arbeidsoppgaven som *tilhørte* Løkospillet (vedlegg 4).

To elever satt og jobbet med Løkospillet, og ble etter en stund usikre på hvordan de skulle utføre oppgaven. De kontaktet en av studentene og ba om hjelp. De hadde lagt løkobrikkene slik de trodde de skulle ligge, men mønsteret ble feil. Studentene tok oppgaven nærmere i øyesyn, og så fort ”uromoment” på arket. Uten å ha sett så nøye på arket trodde de først svaret på gangestykket sto under tallene (nedre del av arket). Både ungene og studenten fant vel og merke fort ut at dette måtte være feil. Nok en student kom til, og gikk i samme fella. ”Hva? Er fem ganger fire tolv? Det stemmer jo ikke.”

Både studentene og elevene opplevde her at tallene blandet med halvkonkretene var forvirrende. På denne oppgaven måtte elevene kunne et system for å få tak i svaret. Elevene vi

observerte, kunne ikke det, og ble svært forvirret. De kunne jo i utgangspunktet svaret på stykkene, men skjønte ikke hvor det kom inn. Vi ser her et godt eksempel på en oppgave med en god intensjon. Den ønsker å bruke halvkonkreter for at barna lettere skal forstå, men det blir for mye ”støy” på arket. Det virker som om svaret blir uinteressant i denne sammenhengen.

4.4 OBSERVASJONER PÅ JARETEIGEN MONTESSORI

Onsdag (03.05.00) dro to av studentene til Jareteigen Montessoriskole[9]. Vi visste på forhånd at bruk av konkretiseringsmateriell er en viktig del av deres pedagogikk, og ønsket å finne ut av deres tanker omkring dette. Vi vil understreke at dette ikke er noen kartlegging av Montessori-pedagogikken, men et sammendrag av det vi fikk høre om bruk av materiell. Fra 08.30 - 09.45 observerte vi elever i aktivitet. Vi ble vist rundt av tre par elever som forklarte oss bruken, samt svarte på spørsmål vi ønsket å stille underveis. Vi har valgt å konsentrere oss om to observasjoner fra Montessori-skolen.

Det magiske sjakkbrettet:



Elevene tok frem et oppgavekort hvor følgende oppgave stod: 333*9. For å løse denne oppgaven brukte ungene regneperler[10] og noe de kalt ”Det magiske sjakkbrettet” (se bilde på forside, under og til høyre), et svært vanlig konkretiseringsmateriell i Montessoriskolen. Så begynte ungene å regne. ”En ganger ni er ni, da må vi legge en nier perle i den første ruta. Så må vi ta tre ganger ni det er (tenker, resonerer: åtte, seksten…) tjuefire. Da legger vi en sjuerperle i den andre ruta, mens toerperla hopper til neste rute. Til slutt må vi ta tre ganger ni en gang til, og det sa vi var 24. Da må legge en sjuerperle i samme ruta som vi la toerperla, mens den nye toerperla hopper til neste rute. Nå må vi telle sammen. Det ligger to perler i tusen-ruta, og så ligger det to perler og sju perler i hundrerruta. De veksler vi sånn at vi får en hel nierperle (elevene byttet ut sjuer- og toerperla med en nierperle). Det blir

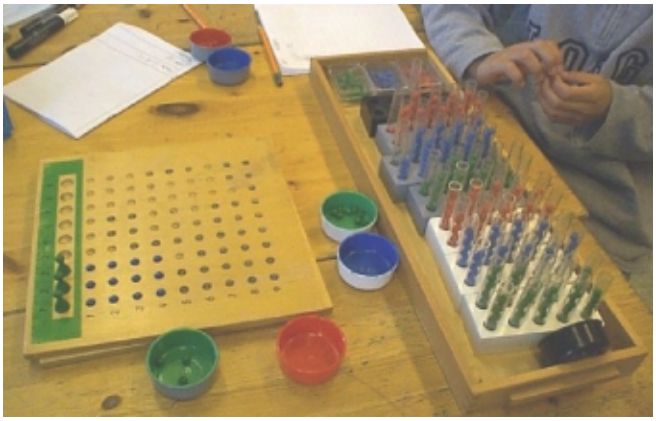
[9] Grunnlagt av Maria Montessori, italiensk småbarnspedagog som videreutviklet Fröbels tanker.
[10] Regneperlene er perler som henger sammen etter hverandre i ulike mengder. Hver mengde har sin farge. Det er mengdene 1-9 som finnes. Eks 2 er gul, 9 er blå etc.

ni hundrere, i tierruta ligger det en sjuerperle og i enerruta ligger det en nierperle. Da blir svaret totusen-nihundreog-søttini." Ungene jobbet rakst og konsentrert mens de viste oss.



Store dele:

To andre elever ville vise oss noe de kalte store dele, som var divisjon med høye tall. Dette kalles reagensglassdivisjon, og fargene for entall, titall osv går igjen her også. Ved bruk av dette materiellet forstår barn hva veksling innebærer. Hvert rør inneholder 10 perler. 100 veksles til 10-tallsperler osv. Ungene skulle dividere 3128 på 3 på oppdrag fra oss, og ville først gjøre det på papiret. Det bød på problemer fordi de ikke klarte å dividere hundreren på 3. Svaret ble 142, med 2 i rest. Vi trodde det ville gå bedre hvis elevene tok i bruk dele-brettet. Å legge de tre første perlene, en i hver rute, gikk greit. Så kom de til hundrerne, og fant etter hvert ut at den måtte veksles, slik at de fikk 12 tiere isteden. Nok en gang overså de problemet med at det da kom inn en null i svaret, og fordelt tierne uten å ta hensyn til dette. De åtte siste enerne fikk de også fordelt, og de kom frem til at det ble to i rest. De stusset over svaret, men fant ikke feilen. Da vi spurte hva 3000:3 var, kom svaret 1000 raskt.



Vi observerte her at ungene brukte mye tid på å gjøre klart materiellet. En av elevene sa også: "Jeg er ikke så flink til å vite hvilke esker jeg skal bruke. Det gjør han, for det er han flink til". Ungene hadde ikke helt oversikt over "kodene". Det kan være en tilfeldighet at de ikke fikk det til, og vi må ta med i betraktning at ungene bare gikk i 4.klasse, men det peker også på et viktig punkt. At konkretiseringsmateriell kan forvirre når ungene ikke skjønner bruken av det.

4.5 INTERVJU / SAMTALE MED CARLA FOSTER

Etter å ha snakket med elevene, intervjuet vi læreren Carla Foster. Den følgende delen tar for seg hva vi fikk ut dette[11].

På Montessori-skolen brukes ikke navnet konkretiseringsmateriell, men undervisningsmateriell eller *konkretiserte abstraksjoner*. Intensjonen med materiellet er å gjøre abstraksjoner synlige; det skal utvikle og trene sansene. Tradisjonelt har det ofte blitt brukt av læreren til å demonstrere, men innen Montessori-pedagogikken er man opptatt av at barna selv skal finne sin vei fra det konkrete til det abstrakte. Elevene lærer i ulikt tempo, og det er viktig at de selv får finne sin vei gjennom abstraksjonene. Målet er at de skal frigjøre seg fra materiellet mer og mer. Når de føler seg trygge, er det ikke lenger vits med materiellet. Da blir det bare ”materiell for materiellets skyld”.

C. Foster pekte på Montessori-pedagogikkens syn på matematikk: Det er en hjelp til livet som utvikler seg. Matematikk er en del av tenkningen og en måte å se på verden på. ”Man lærer ikke matematikk. Man blir matematiker.” (C.Foster). Når barna får boltre seg i aktivitet med ulike typer materiell på sitt nivå (omskriv?), bygger de kunnskapen selv. De trenger ikke pugge. Montessori-skolenes pedagogikk og syn på læring av matematikk gjør at de kjører en ”ren linje”; de bruker bare Montessorimateriell. I følge Carla Foster er det bedre å rendyrke et system fordi det bygger på det barna kan fra før. Barna blir tidlig introdusert for materiellet, - før de nødvendigvis lærer å bruke det og vet hva det står for. Da får de en fornemmelse av konkretene, noe som letter læringen siden. I det hele tatt bygger materiellet på en slags progresjon som gjør at barna kan gå videre til nytt materiell når de har forstått systemet bak det som ligger hakket foran. Alt materiellet har en konsekvent fargekoding for tallsystemet. Enere er alltid grønne, tiere blå, hundrere røde, tusener grønne (fordi de ”oppfører seg” som enerne), titusener blå (fordi de ”oppfører seg” som tiere) o.s.v. Fordi elevene gjennom bruk av materiellet forstår systemet, blir opererasjon med store tall ingen ”big deal”. For hva er vel 10 millioner, så lenge de oppfører seg på samme måte som de blå tierne?

Da C. Foster snakket om elevens ulike utvikling og at ”noen hopper rett til abstraksjoner”, trakk vi inn Piaget som hevder at det først er i den formal-operasjonelle perioden at barn har evne til å tenke abstrakt. Vi stilte spørsmålstegn ved om hun at mente Montessoriskolens

[11] Vi understreker at dette ikke er en fullstendig avhandling om Montessori-pedagogikken

pedagogikk gjør at barna faktisk har en velutviklet abstraksjonsevne allerede i åtteårsalderen. Carla var nok ikke fullstendig enig i Piagets ”stramme” inndeling i perioder, men hevet seg likevel ikke over det forskningen har vist om at det først er i 11-årsalderen at barna kan sette alle konkretiseringer sammen til en sammenheng. Det hun vektla var at barn tenker i flere lag med abstraksjoner, og at bruk av Montessoriskolens materiell kan bidra til å framskynde utviklingen, og legge grunnlaget for en god abstraksjonsevne på senere stadier.

Vi spurte Carla Foster om hun var enig i at det har mest for seg å bruke konkretiserte abstraksjoner på småskoletrinnet. Dette svarte hun bekreftende på. Hun trakk fram det faktum at barn i denne alderen generelt er veldig interessert i danne regler og finne ut av om ting stemmer. De hører voksne si ting, og ønsker å finne ut av om ”det alltid er sant”. Til dette trenger de erfaringer. For å finne ut av matematikk, trenger de erfaringer, og denne erfaringen kan de få når de bruker materiell som konkretiserer det abstrakte. Slik bruker de materiellet til å bevise det de tror. Carla Foster mente også at det var dumt å utsette bruk av konkreter, av den grunn at elevene ikke er like interessert senere.

Hvorfor bruke konkrete abstraksjoner? C. Foster gav uttrykk for at materiellet nærmest er ”Alfa og Omega”. Det skal gi elevene faktakunnskap, men også utvikle dem som mennesker; hjelpe dem til å vokse. Montessori-skolen er opptatt av å jobbe med selvtilliten i forhold til matematikk . Når man lar barna jobbe i sitt tempo og på sitt nivå, og gjennom prøving og feiling, vil de oppleve mestring. Ny kunnskap bygger på den kunnskapen som allerede er der, og på den måten kan hver elev oppleve framgang på sitt nivå.

Fordi materiellet er tilpasset barnas interesseområde og modenhetsstadie, tilfredsstiller det også kravet til tilpasset opplæring. Undervisningen på Jareteigen Montessoriskole er organisert på en slik måte at elevene har stor frihet m.h.t. hva de ønsker å jobbe med. Når elever jobber med materiell, gir det læreren en mulighet til å observere hvilke måter barna tenker på. Det gir læreren oversikt over barnas kunnskapsnivå. Konkretiseringsmateriell kan også hjelpe barn til å formidle matematikk bedre. Eleven får trening i å sette egne ord på matematikken både når han/hun forklarer for læreren og for medelver.

På spørsmål om hun finner negative sider ved bruk av materiell som konkretiserer matematikken, svarer hun; ”Jeg har jobbet med dette i 15 år og enda ikke sett noen”. Men, det eneste må være hvis man blander systemer. Hun tror det vil oppleves forvirrende for barna om

de bare skal bruke ulikt type materiell ”på måfå”; da bygger ikke aktivitetene og materiellet på det de kan fra før på samme måte som ved ren bruk av Montessorimateriellet alene.

4.6 LITTERATURSØKEN

Det vi tar for oss i denne oppgaven er konkret matematikk. Vi har søkt til mange kilder som har gitt oss rikelig med innsikt i bruk av konkretiseringsmateriell. Imidlertid har vi ikke i dette kapitlet tenkt å gjengi alt vi har lest. Vi har bevisst valgt å heller bruke mye av stoffet vi har lest som en bakgrunn for vår drøftingsdel. Likevel vil vi nevne noen viktige punkter knyttet til tallforståelse hentet fra boken ”Metoder og idéer 3. Konkret matematikk”.

”Utviklingen fram mot tallforståelse skjer trinnvis. Hvert trinn i utviklingen er et nivå å fungere på, ikke bare mot noe midlertidig og annenrangs på vei mot målet – tallforståelse. Et utviklingsnivå har en egenverdi som det er verdt å ta vare på og utnytte.” (Nymoen et.al.1981, s. 12). Det er sju faktorer som er med i utviklingen fram mot full tallforståelse:

1) Rekkeordning / seriering
2) Samsvar / korrespondanse
3) Gruppering / klassifisering
4) Multiplikasjon
5) Addisjon
6) Bevaring og konservasjon
7) Innlemming / inklusjon

På alle disse områdene kan konkretiseringsmateriell være en hjelp til å klargjøre, understreke og avgrense hvert enkelt begrep. Slik får eleven hjelp til å dyktiggjøre seg på det trinnet i utviklingen fram mot tallforståelse som han / hun er nådd fram til. F.eks kan barna erfare multiplikasjon med dimensjoner, samt utvikle forståelse for masse, ved hjelp av konkreter. Når de former med hender og kjevle, eller bruker kar av ulike størrelser og fasonger, erfarer de at én dimensjon øker mens en annen minker.

Skal barna komme videre i utviklingen med å få oversikt og orden i tilværelsen sin, må de stadig få mulighet til å gjøre praktiske erfaringer. Det er viktig at barna får ”gjøre noe” med ting og ”gjøre noe” med seg selv. Det barna erfarer med kroppen, oppfatter de best (Nymoen.et.al.1981).

5. DRØFTINGSKAPITTEL

5.1. HVORFOR BRUKE KONKRETISERINGSMATERIELL?

På hvilken måte kan bruk av konkretiseringsmateriell stimulere elevene i utviklingen av god tallforståelse? Dette spørsmålet stilte vi oss i problemstillingen. Gjennom lesing av litteratur, samt egne observasjoner, har vi søkt å komme fram til svar på om dette er en nyttig måte å gi barn begrepsmessig innsikt på. På en måte har vi nok hatt en vag forestilling om at bruk av konkreter har mye godt for seg, men arbeidet med prosjektoppgaven har gjort oss mer bevisste på nettopp hvorfor. De tre spørsmålene i problemstillingen henger nøye sammen. I denne delen av oppgaven ønsker vi å vise hva vi har kommet fram til med henhold til hvordan og hvorfor konkretiseringsmateriell kan være med å gi barn god tallforståelse. Vi vil deretter rette søkelyset på mulige negative sider ved bruk av konkrete hjelpemidler.

Hvordan barn lærer matematikk er et viktig område innen matematikkdidaktikken. Ikke bare når vi har skrevet denne oppgaven, men gjennom hele skoleåret er det noe vi har lest mye om og reflektert over. Vi kan f.eks. nevne skriving av studiemappa[12]. Hva vi har lært om barns læring av matematikk ligger til grunn for vår drøftingsdel der vi tar for oss fordeler og ulemper ved bruk av konkretiseringsmateriell.

Det er barnet i seg selv som er utgangspunktet; det er en viktig kunnskapskilde. Barn kan mye matematikk før de begynner på skolen. Når vi læreren tar dem på alvor, og når de får bruke sitt språk, vil de ha et godt grunnlag for å lære matematikk. Det er viktig at pedagogen griper fatt i det elevene kan fra før (dialog lærer/elev). Barn lærer matematikk når de møter problemer som er knyttet til deres omverden, til deres erfaringer og forestillingsverden. (Høines 1998) De matematiske begrepene blir utviklet fortløpende gjennom barnas samspill med omverdenen. Det gjelder å gi elevene utfordringer som samsvarer med tallbehandling de naturlig foretar i andre sammenhenger. De fleste barn er nok allerede før de begynner på skolen fortrolige med å dele i mengder, bygge med klosser, tegne, telle knapper, bokser og

[12] To ganger i løpet av året skulle vi levere inn skriftlig besvarelse på ulike typer oppgaver. En av disse gikk ut på å si litt om tanker og refleksjoner knyttet til matematikk. Deriblant en del som omhandlet hvordan barn lærer matematikk.

perler, spille terningspill og leke butikk med lekepenger. Kanskje har noen vært med foreldre eller søsken når de har målt og veid i bakeprosessen. En del har nok også fått mulighet til å leke seg med matematiske dataspill hjemme. Når vi lar bruk av konkreter bli en arbeidsmåte i undervisningen, *lar vi barna få løse oppgaver og finne ut av ting på en måte som de allerede er vant til*. De får arbeide innenfor rammer de er kjent med, samtidig som de opplever utfordringene ved å finne ut av nye ting.

I tråd med et konstruktivistisk læringssyn mener vi at man ikke kan tvinge kunnskaper på barn. Vi må gi barna *muligheter til å utforske egne metoder*, noe som *utfordrer både kreativiteten* og *deres evne til å tenke logisk*. ”Barn lærer bedre om innlæringen bygger på aktiviteter som er naturlig for dem, f.eks. at de får leke med materiell som er avvekslende og stimulerende for fantasien, og som derigjennom er utviklende. Vi bør heller ikke tvinge på barn kunnskaper som vi bedømmer som nyttige eller nødvendige for dem.”(Garmannslund og Winther, 1981, s.43) Ved å la barna arbeide med konkreter, kan vi *stimulere dem til større aktivitet og på den måten gi dem mulighet til utvikling*. Vi snakker om den trinnvise utviklingen fram mot tallforståelse og begrepsmessig innsikt (Jfr. Kap. 4.?).

Vi snakket om at barna må få muligheter til å utforske selv. Her finner vi støtte i undersøkelser som er gjort med det mål å vurdere metoder i undervisningen. G. Botten viser til en engelsk undersøkelse fra 1840: ”Hvis barn ble bedt om å fordele et visst antall epler på et visst antall mennesker, finner de nok en måte å klare det på… Barna burde få en sjanse til å utforske egne metoder først… Når elever lærer gjennom abstrakte eksempler, er det svært sjelden at de klarer å overføre kunnskapen til praktiske eksempler…” (Botten 1999, s.88).

Vi er nå inne på en svært viktig side ved hvorfor bruk av konkreter kan virke stimulerende; det *å la barna oppleve matematikken som noe konkret*. Vi har alle hatt matte på skolen. Noen av oss har ved siden av den obligatoriske praksisen på lærerskolen, også prøvd oss som vikarer i grunnskolen. Egen erfaring har vist oss at det ikke er noen god undervisningsmetode når læreren står ved kateteret og ”messer” om begreper som kun oppleves som vage for barna, skriver noen tall og symboler på tavla, og dernest forventer at elevene skal ha skjønt alt. Barn trenger tid for å forstå, og de behøver gjerne *redskaper som kan hjelpe dem i tenkningen*. En ting er det muntlige språket språket, som Vygotsky vektla sterkt. En annen ting er bruken av konkrete hjelpemidler slik at barna kan få anledning til å gjøre praktiske erfaringer. Her kan vi trekke inn Piaget og hans forskning omkring barnets virkelighetsoppfatning (se teorikapittel).

På et tidlig utviklingstrinn tilegner barn og unge seg begreper gjennom praktiske erfaringer. (Jmf. kap 4.6.). Skal de komme videre i utviklingen med å få oversikt og orden i tilværelsen sin, må de *stadig få mulighet til å gjøre disse praktiske erfaringene*. Som tidligere nevnt; det barna erfarer med kroppen, oppfatter de best (Nymoen et.al.s.19). I denne sammenheng tror vi det er viktig at læreren på et tidlig tidspunkt sørger for at elevene får mulighet til å gjøre de riktige erfaringene. For å sikre at erfaringen blir verdifull, må læreren stimulere elevenes nysgjerrighet, samt delta i den grad det er nødvendig. Bevisst bruk av konkreter der læreren veileder der det trengs, slik det fungerer på Montessori-skolen, kan *bidra til å gi elevene disse erfaringene*. Dette så vi også praksis; en elev slet med å finne svaret på ”trolloppgaven” (viser til kap. 4.2) og rablet mye på arket sitt for å får det til. Læreren kom da med forslag om å finne noe konkret å legge frem på pulten slik at eleven kunne prøve seg frem ved å flytte på konkretene. I tillegg ville han da slippe forvirrende blyantstreker på arket. Da eleven fikk det hele foran seg i form av konkreter (blyanter), brukte han forbløffende kort tid på å finne løsningen.

Konkretiseringsmateriell *bidrar til å gjøre det abstrakte til noe konkret*. Vi vil vektlegge at vi tror bruk av konkreter i undervisningen er viktigst de første årene. Piagets forskning omkring menneskers kognitive utvikling hevder at barns evne til resonnement øker med årene. Først på det formelt operasjonelle stadiet kan logiske operasjoner utføres uten konkret materiell (Piaget 1967). Selv om vi voksne også kan ty til konkretisering når vi tenker og løser oppgaver, tror vi at behovet for konkreter er størst i alderen fram til 11 år. Dette fordi evnen til å tenke abstrakt blir større etter hvert som tida går, og fordi det nettopp er de første årene at grunnleggende tallbegreper utvikles. Det tar tid å utvikle tallforståelse og automatisere tallbegrepet. Vet ikke eleven hva symbolene står for, kan vedkommende også oppleve at ”alt stopper opp” når han/hun skal ta fatt på oppgaver som krever god begrepsmessig innsikt. Det er helt avgjørende at eleven forstår. De som ikke vet hva tallene står for, har i stor grad behov for konkreter. Det så vi tydelig i praksis da vi observerte Daniel mens han konkretiserte med knapper.

Tidligere har vi nevnt språket som et redskap i tenkningen. Går det an å knytte teoriene om språkets betydning opp mot konkretiseringsmateriell? M. J. Høines vektlegger at barna trenger å snakke med hverandre om tankene og idéene sine, samt bruke det matematiske språket i en meningsfylt sammenheng. Det vil utvikle språklige uttrykk og begreper. På

samme tid gir vi ”bedre plass til det de vil fortelle og synes er viktig” når vi legger ”barnas utsagn til grunn for øving i telling og begrepsforståelse” (Høines 1998, s.41). For at elevene skal bli fortrolige med det skriftlige matematiske symbolspråket og forbinde det med dagligspråket sitt, må de reflektere over hva som blir uttrykt og hvordan det blir uttrykt med matematiske symboler.

Bruk av konkretiseringsmateriell lar ofte slik kommunikasjon falle naturlig. Når lærere lar elever få jobbe med halvkonkreter og helkonkreter i undervisningen , skjer det ofte i en sammenheng som gir elvene mulighet til *dialog og samarbeid med andre medelever*. Det observerte vi både i praksisperioden på Sandeåsen skole og under besøket på Jareteigen Montessori-skole. Elevene brukte sine egne ord når de satte ord på matematikken, og det lot til at barna forstod hverandre. Barna lærer i kommunikasjon med hverandre. Kanskje lærer de også mer i kommunikasjon med hverandre enn i kommunikasjon med læreren (Fauskanger 1998).

M. J. Høines mener å se en klar parallell mellom fingertelling og bruk av konkretiseringsmateriell. Det fungerer som *tenkeredskap* på samme måte som fingertelling gjør det. Dermed kan vi også betrakte konkretiseringsmateriell som *et språk i seg selv* fordi elevene tenker gjennom det og formidler løsninger når de arbeider med matematiske oppgaver.

Tidligere har vi vært innom *det kreative aspektet* ved bruk av konkretiseringsmateriell. Mye forskning viser at barn lærer gjennom kreative uttrykksformer og *lek*. Påvirket av leken bruker barna sine naturlige tenkemåter. I leken kan barna utforske, konstruere og fabulere, f. eks med tall, former og mønstre. Når elevene får bruke konkreter får de *mulighet til å prøve seg selv*, *noe som øker muligheten til å lære matematikk og utvikle god tallforståelse*. I tillegg er det *motiverende* for barna. Gjennom eksperimentering og utforsking med ulike konkreter lærer elevene å følge en tankerekke. De *får også et visuelt bilde av mengden*. På den måten blir det lettere å se om de har kommet fram til riktig svar, da barna kan kontrollere ved å telle enhetene. Det handler om å la barna finne måter å løse problemer på, ikke bare ha fokus på det å løse.

Øvingslæreren vår i praksis, Jorunn Aukland, fremhevet bruk av konkretiseringsmateriell - både teknisk materiell, bilder og dataprogrammer - som *en annerledes arbeidsmåte: Det er*

motiverende, det gir rom for lek og utforsking, det utfordrer kreativiteten, og det anskueliggjør nye og vanskelige begreper. Når elevene i 3.klasse for eksempel skal lære om multiplikasjon er det meningsløst å bare skulle pugge den store og den lille multiplikasjonstabellen. De må lære hva multiplikasjon ER og få innsikt i tankegangen bak. For å utvikle tallbegrepene og tallforståelsen knyttet til multiplikasjon kan konkretiseringsmateriell være en nyttig måte å gi barna innsikt på. I det lange løp holder det ikke med en masse figurativ kunnskap og innøvd ”pugg”. Operasjonell kunnskap (reversibel tenkning), forståelse og innsikt er svært viktig.

Som vi observerte under vårt besøk på Jareteigen Montessori-skole, er bruk av konkretiseringsmateriell *en utmerket måte å drive tilpasset opplæring på*. Elever med lærevansker i matematikk har nedsatt evne til abstraksjon, men ved hjelp av konkreter kan de få arbeide og lære på sitt nivå. Ingen elever tenker på samme måte, men når vi bruker konkretiseringsmateriell er *det en mulighet for at alle elever kan lære det gitte innhold.* Materiellet kan sees på som et supplement til en allsidig undervisning hvor alle elever får de beste muligheter til å konstruere personlig viten, som allerede eksisterer, og som de kan forstå og anvende. (Madsen 1999, s.24). Det skal være lov å forstå matematikk på forskjellige måter, og det skal være rom for å forklare sin matematikk på forskjellige måter (op.sit.s.24). Her kan konkretiseringsmateriell være *et middel i erkjennelsesprosessen på vei mot den faglige viten for hver enkelte*. Slik kan undervisningen være med å fremme den enkelte elevs personlige utvikling.

5.2 ET KRITISK BLIKK PÅ KONKRETISERINGSMATERIELL

Det er erfart mange positive sider ved bruk av konkretiseringsmateriell. Vi har nå pekt på mange av dem. En rekke pedagoger er svært opptatt av hvor viktig konkreter er for tallforståelsen og for at elever skal se de matematiske sammenhengene. Piaget mener at arbeid med konkreter er en *forutsetning* for teoretisk forståelse.

Til tross for de mange positive sidene har det likevel opparbeidet seg en del innvendinger mot bruk av konkreter. En del av disse kritikkene er samlet i Olga Herbjørnsen sin bok ”Rom, form og tall”. Referansene hennes er ukjente for leserne, men er samlet fra ulikt hold.

Herbjørnsen sier først at bruken og funksjonen kan være vanskeligere å oppfatte enn konkret arbeid med f.eks epler, kaker, leketøy osv. Dette er fordi det sistnevnte er noe barna kjenner til og er fortrolige med. Et problem som går igjen har nemlig vært at elevene finner konkretiseringsmateriell virkelighetsfjernt og tungvint. Fordi materiellet bare hører hjemme i undervisningssituasjonen, kan det være med på å forsterke en avstand mellom skolematematikk og livet utenfor skolen.

”Den største intellektuelle utfordringen er å forstå sammenhengen mellom en hvilken som helst representasjon av tallene og tallbegrepet som idé” (op.sit.s135). Herbjørnsen sier likevel at dette argumentet ikke uten videre må bli avgjørende for hva vi velger å bruke. Det som er viktig er at pedagoger må være bevisste på hvilken faglig sammenheng arbeidet står i, ellers kan mye av poenget ved bruk av konkreter være vekk. For å belyse hva som menes kan vi referere til et direkte sitat fra boken som sier: ”Det må ikke bli slik at det å bygge med klosser bare gjør eleven flink til å bygge med klosser” (op.sit.s136). Man må altså kunne løse tilsvarende problem med tall, ellers er konkret-bruken fånyttes.

Hans Jørgen Braathe har også sett denne faren ved bruk av konkreter. Han har sagt at ”representasjonen av kunnskapen blir stående i veien for kunnskapen” (ibid). Med dette mener han at tegningene og bildekortene i seg selv blir viktigere enn tallbegrepet de representerer. Da blir aktiviteten nok i seg selv for barna, og noe man gjør for aktivitetens skyld.

Som nevnt er det et problem at barn ofte forbinder konkreter med matematikktimene og ikke med omverdenen. Konkreter kan faktisk fremmedgjøre faget, mener noen. Men det skal ikke ha noe å si for den direkte overføringen av kunnskap.

Et problem av litt mindre kaliber er at aktivitetene alt for ofte begrenses til de forslagene som står i lærerveiledningen. Dette kan passe dårlig til elevens behov og forutsetninger. I dette tilfellet rettes kritikken mer mot læreren konkretiseringsmateriell. Læreren bør ta kreativiteten mer i bruk, og legge arbeidet til rette for det ønskelige formålet og elevenes nivå. En liknende kritikk dreier seg om at arbeidet med materiell lett kan bli ensidig og kjedelig. Også her stilles det krav til læreren om evnen til å variere.

Konkretiseringsmateriell kan lett oppfattes som noe som brukes om du ikke er flink nok. Elevene kan føle det som noe man bør vokse fra fortest mulig. Denne oppfattelsen kan henge sammen med at konkreter brukes mest i begynnerundervisningen. Det er en pedagogisk utfordring å finne ut hvordan konkreter kan bli til naturlig hjelp for alle. Også for eldre elever.

Som et resultat av våre observasjoner, vår litteratursøken og drøfting mener vi å konkludere med at det finnes en rekke fordeler ved å bruke konkretiseringsmateriell i undervisningen i småskolen. Disse har vi grunngitt i punkt 5.1. Som en konklusjon mener vi at vi har funnet svar på problemstillingen. Vi tror mange barn kan nyttiggjøre seg det konkretiseringsmateriellet som finnes. Vi tror også at det er en utfordrende måte å lære på, og at det kan favne mange elevers nivå. Siden det ikke finnes noen undersøkelse som beviser at *alle* barn utvikler ved å bruke konkretiseringsmateriell, vil vi være litt forsiktige med å generalisere for mye. Men vi har i alle fall kommet frem til at det i svært mange sammenhenger viser seg å være en hensiktsmessige måte å gi barn begrepsmessig innsikt på.

6. UTSYN – OPPSUMMERING

Flere ganger mens vi har jobbet med oppgaven har det dukket opp nye spørsmål. Det er et ordtak som sier: ”Jo mer en lærer, dess mer forstår du at du ikke kan”. Og slik har vi følt det til tider. ”Det er så mye mer vi burde hatt oversikt over!” En problemstilling som dukket opp under prosessen var: Hva kreves av matematikklæreren som pedagog ved bruk av konkretiseringsmateriell i undervisningen? Hvilke utfordringer kan han /hun møte på? Vi oppdaget at vi visste så altfor lite om det. Vår prosjektoppgave har vekket en interesse for matematikk som vi håper vil forbli. Det finnes utrolig mye spennende innefor matematikk som vi ikke visste om! Da vi var på besøk på Jareteigen Montessori-skole fikk vi et veldig positivt møte med denne pedagogikken. Vi fikk inntrykk av godt læringsmiljø hvor ungene trivdes. Å skrive en oppgave som tok for seg Montessori-skolene og deres pedagogikk ville vært en spennende oppgave. Vi fikk i alle fall lyst til å vite mer om tankene bak.

Selv om vi kanskje ikke har funnet ut noe revolusjonerende og nytt i prosjektoppgaven vår, har arbeidet gitt oss solid kunnskap, både om konkretiseringsmateriellet i seg selv og bruken av det. Vi har lært svært mye av dette prosjektet, og vi har sett bruken av konkretene i praksis. Vi føler at vi har satt oss så godt inn i emnet og gjort våre observasjoner så tilstrekkelig, at vi har kunnet gi svar på problemstillingen vår, samt kunnet trekke konklusjoner basert på våre nye kunnskaper og erfaringer. Dette er kanskje konklusjoner mest for vår egen del – i vår utvikling mot den lærerrollen vi skal innta. Vi tror og håper at andre likevel vil ha god nytte av det vi har kommet frem til. Kanskje denne prosjektoppgaven kan være til hjelp og sammenlikning for andre som ønsker å gjøre liknende studium?

Noe av det vi synes har vært vanskelig med det å skrive oppgave, har vært selve opp-byggingen av den. Spørsmål som ”Hvor skal teoristoffet stå”, ”Hva skal i metodekapitlet” og ”Hva høre med i kapitlet om egen observasjon” har til tider frustrert oss enormt. Dette er den første prosjektoppgaven vi har skrevet på høgskolenivå, og vi hadde hatt bruk for veiledning som gikk på oppbygging. Det burde vært opplyst i større grad fra Høgskolens side hva de mente og forlangte av en oppgave på dette nivået. Vi har derfor prøvd å følge informasjonsarket så godt vi har kunnet, men vår oppgave har krevd at vi måtte organisere

den litt annerledes. Vi har vel og merke hentet gode tips fra Janne Fauskanger sin hovedoppgave om lek i seksåringenes matematikk-undervisning. Selv om ikke vår oppgave skulle være på det nivået synes vi det var mye nyttig å ta med seg derfra.

Samarbeidet i gruppa synes vi alle fire har fungert bra. To av studentene har trukket i trådene under prosessen, samtidig som alle fire har supplert og tilføyd underveis. Disse personene har ønsket å ta styringen, og hadde ikke noe imot denne rollen. Vi har heller ikke hatt noen konflikter i gruppa. Dette kan blant annet komme av at vi under hele prosessen har hatt en god dialog. Vi har prøvd å få dette til å bli en god prosess hvor vi har støttet hverandre underveis. Det har vært morsomt å jobbe med oppgaven, noe vi vel ikke i den grad hadde forventet på forhånd. Vi har sammen ”dratt i land” en oppgave vi er svært fornøyd med, og vi føler at vi er mange erfaringer rikere. Prosjektoppgaven er ferdig, og med den, vårt matematikkår. Vi håper vi kan dra med oss de nye erfaringene videre. Vi har lært mye som vi kan bygge videre på som lærere i fremtiden!



7. LITTERATURLISTE

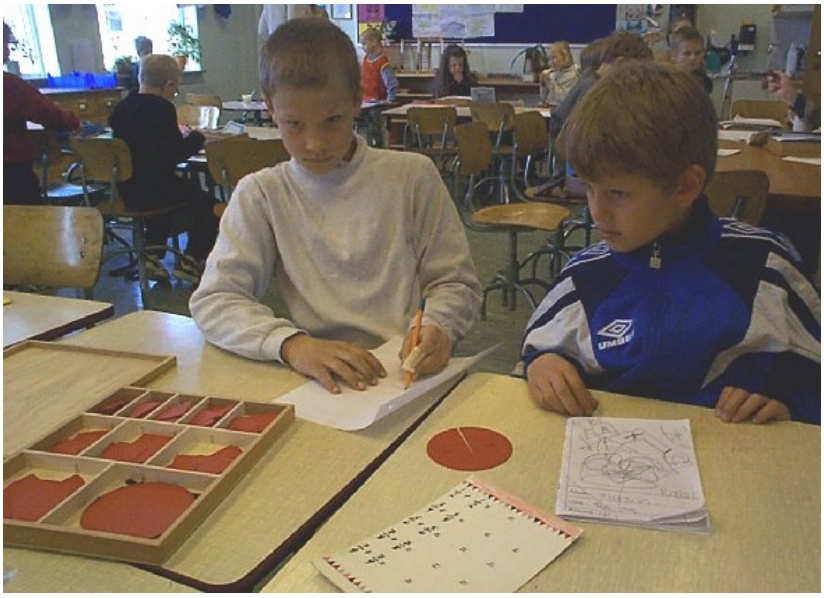
- Bilder: alle bildene er fra Jareteigen Montessori-skole
- Botten, G.: Meningsfylt matematikk – nærhet og engasjement i læringen. Caspar, 1999
- Breiteig, T. Og Venheim, R.: Matematikk for lærere 1. Tano Aschehoug, 1998 (3.utg)
- Fauskanger, J.: Lek i seksåringenes matematikkundervisning. Hovedfagsoppgave i realfagdidaktikk, Oslo april 1998
- Frosta, P.: Konkretiseringsmateriell – veien til matematikkinnsikt? Tangenten, nr 2, 1995, 6. Årgang.
- Garmannslund, K og Winther, S.: Matematikk –faget i skolen. En metodikkbok. Fabritius Forlagshus, Gjøvik 1981
- Herbjørnsen, O.: Rom, form og tall. Matematikkdidaktikk for barnetrinnet. Tano Aschehoug, 1998
- http://skolenett.nls.no/. Ulike sider
- Høines, M.J.: Begynneropplæringen i matematikk. Caspar, Bergen 1998 (2.utg)
- Imsen, G.: Elevens verden. Tano Ascheoug, 1998 (3. utg)
- Imsen, G.: Lærerens verden . Tano Ascheoug, 1997 (2. utg)
- Katalog med konkretiseringsmateriell. Undervisning og lek. Gonge, Danmark 2000
- Kirke- og utdannings- og forsknnnningsdepartementet: Læreplanverket for den 10-årige grunnskolen. Oslo 1996 (L-97)
- Løkken, G. og Søbstad, F.: Observasjon og intervju i barnehagen
- Madsen, L.: Hvorfor sidder eleverne og leger med klodser i matematiktimerne? Tidsskriftet MATEMATIK, nr 8 1999
- Magne, O.:MATEMATIK inlärningen i grundskolan. Pedagogiska skrifter nummer 261, Sveriges Lärarförbund 1980
- Malmer, G.: Matematikk er spennende. Aschehoug, 1989
- Nymoen, S., Richter, L. og Swensen, S.H.: Metoder og ideer. Konkret matematikk – praktisk undervisning etter Piagets ideer. Gyldendal Norsk Forlag, 1981
- Piaget, J.: Barnets psykologiske udvikling. Hans Reitzel Forlag A/S, Köbenhavn 1964

- Redigert av Garmannslund, K og Winther, S..: Matematikkfaget i skolen - en metodikkbok. Fabritius Forlagshus, 1981

- Samtale, intervju. Aukland, J.: personlig samtale april 2000

- Samtale, intervju. Foster, C..: personlig samtale mai 2000

- Samtale, intervju. Knutzon, S.H..: personlig samtale april 2000



ETTERORD

Noe av det vi synes har vært vanskelig med det å skrive oppgave, har vært selve oppbyggingen av den. Spørsmål som ”Hvor skal teoristoffet stå”, ”Hva skal i metodekapitlet” og ”Hva høre med i kapitlet om egen observasjon” har til tider frustrert oss enormt. Dette er den første oppgaven vi har skrevet, og vi hadde hatt bruk for veiledning som gikk på oppbygging. Det burde vært opplyst i større grad fra Høgskolens side hva de mente og forlangte av en oppgave på dette nivået. Vi har derfor prøvd å følge informasjonsarket så godt vi har kunnet, men vår oppgave har krevd at vi måtte organisere den litt annerledes. Vi har vel og merke hentet gode tips fra Janne Fauskanger sin hovedoppgave om lek i seksåringenes matematikkundervisning. Selv om ikke vår oppgave skulle være på det nivået synes vi det var mye nyttig å ta med seg derfra. Vi har vært bevisst på å ikke kopiere, men heller lære av en erfaren oppgaveskriver.